

SINTONIA DE REGULADORES PID

USO DE UN MODELO DE PRIMER ORDEN CON RETARDO (POR) MODIFICADO

Los autores proponen un modelo POR para el ajuste de controladores. Se estudian los ajustes para una perturbación con el método Ziegler-Nichols y con el modelo propuesto, con el que se obtienen resultados más favorables.

**L. HERNANDEZ SANTANA y
J. HERNANDEZ ROJAS**
Dpto. de Automática y Sistemas
Computacionales. Universidad
Central de las Villas (Cuba)

1. INTRODUCCION

El regulador proporcional integral derivativo (PID) es el regulador más difundido en la práctica del control automático, tendencia que parece fortalecerse a pesar del paso de los años, razón por la cual ha suscitado la atención de la comunidad científica. Para nuestra región resulta significativo que la III Jornada Iberoamericana de Automática (1997) se dedicara a la temática del regulador PID.

Uno de los procesos del principio de sintonía de los reguladores PID en sus aplicaciones más simples es la obtención de un modelo aproximado del sistema de forma fácil, sin la necesidad de un esfuerzo de cálculo muy grande, acorde con el destino de aplicación en condiciones industriales de estos métodos de sintonía, en la forma de las reglas de Ziegler-Nichols (1942), o en alguna de sus derivaciones.

Las formas más clásicas de obtención de los modelos dinámicos de los sistemas para la sintonía por Ziegler-Nichols son: el método de la respuesta al paso del sistema en lazo abierto, método en el tiempo; y

el método de la oscilación sostenida, método de la frecuencia. Este último nos da la información de uno solo de los puntos de la respuesta de frecuencia, pero de forma general esta información es única, no varía con la forma de realización del experimento; no obstante, los métodos de respuesta al paso tienen diversas formas para la obtención del modelo dinámico del sistema, Åström (1995) en su libro sobre PID explica varias formas de determinación del modelo, de ellas tres diferentes para la obtención del modelo de primer orden con retardo (POR), es importante destacar que la mayoría de los métodos de ajustes por reglas se basan en este tipo de modelo, Kaya (1988), Smith y Corripio (1985), Dormido y Morilla (1997). No obstante, no siempre está totalmente especificada cuál es la variante de método de identificación utilizada para la obtención del modelo POR, base para el posterior proceso de determinación de los parámetros del regulador.

Sobre esto, en el presente trabajo se realiza un estudio del comportamiento de la sintonía de Ziegler-Nichols para las estructuras dinámicas más comunes de los sis-

temas de control, identificadas por el método de respuesta al paso, con las dos formas más empleadas para obtener el modelo POR; así como dicha sintonía a partir de la identificación por frecuencia, mostrándose que la identificación por frecuencia y la sintonía correspondiente ofrecen los resultados más favorables de forma integral, por lo que se desarrolla una metodología que permita rectificar los modelos POR a partir de la relación (retardo de transporte aparente – constante de tiempo aparente). Se demuestra, además, que, tomando como base los datos del modelo POR modificado, es posible la obtención de ajustes más eficientes en una amplia gama de sistemas dinámicos.

El trabajo lo tenemos organizado de la siguiente forma. La obtención del modelo POR en sus diversas variantes y del modelo de frecuencia se explica la Sección 2. En la Sección 3 se realiza el trabajo de simulación de los ajustes del PID para los diversos modelos. La rectificación del modelo se lleva a cabo en la Sección 4; mientras que en la Sección 5 se demuestra la mayor eficiencia de la sintonía con el modelo modificado. En la Sección 6 se presentan las conclusiones, y en la Sección 7 las referencias.

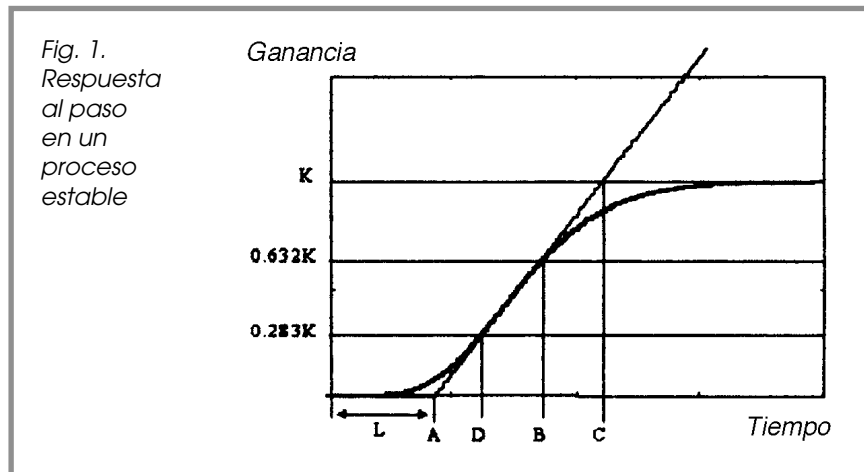
2. PROCESO DE IDENTIFICACION

2.1. IDENTIFICACION POR RESPUESTA AL PASO

En nuestro trabajo consideraremos procesos estables cuya respuesta al paso es esencialmente monótona, excepto en una pequeña parte del inicio. Su dinámica puede ser caracterizada por los parámetros, K , L , y τ , donde K es la ganancia estática del proceso, L es el retardo de tiempo aparente del proceso y τ es la constante de tiempo aparente del proceso, siendo la función de transferencia una aproximación burda del proceso real.

$$G(s) = \frac{K}{(1 + s\tau)} e^{-sL} \quad (1)$$

Las formas más comunes de encontrar dichos parámetros son descritas por Åström (1995). Por su posible utilización como método de identificación en condiciones



industriales de operación, mostraremos tres de dichas variantes, las que Smith y Corripio (1985) muestran en su libro de texto. Para la identificación de un proceso por medio de los métodos de respuesta al paso es necesario primeramente abrir el lazo de control y operar directamente sobre la válvula originando una pequeña y rápida variación en escalón a la entrada del proceso, introduciendo luego la respuesta en un registrador donde se podrá observar la señal de mando y la variable de salida.

Metodología 1

Una vez obtenida la curva se le determina el punto de máxima inclinación, de máxima razón de cambio o el punto de inflexión y pasando por sobre él, se traza una recta tangente a ésta; de la intersección de esta recta con el eje del tiempo obtendremos el valor de L y la intersección de la recta de estado estable nos dará a $C = L + \tau$ (Fig. 1).

Metodología 2

En ésta, el cálculo de L se realiza de manera similar a la descrita previamente, pero el valor de τ será aquel que fuerce al modelo a pasar por el punto $B = L + \tau$ (Fig. 1). Siendo B el instante de tiempo en el que la curva alcanza el 63,2% del valor final.

Metodología 3

Esta basa su procedimiento en suponer que la característica del modelo atraviesa la curva en los puntos D y B donde:

$$D = L + 1/3\tau \quad (2)$$

$$B = L + \tau \quad (3)$$

Siendo D el instante de tiempo en el que la curva alcanza el 28.3% del valor final.

Luego, resultará fácil determinar los valores de L y τ (Fig. 1).

Si realizamos el proceso de identificación aproximado de una planta con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(s + 1)^8} \quad (4)$$

Obtenemos, respectivamente, para las tres metodologías vistas los modelos 1, 2 y 3.

$$G_1(s) = \frac{1}{(1 + 6,7s)} e^{-4,3s}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(1 + 4,3s)} e^{-4,3s}$$

$$G_3(s) = \frac{1}{(1 + 3,6s)} e^{-4,98s}$$

Resulta evidente que para cada una de las metodologías obtenemos modelos distintos, que nos deben proporcionar ajustes diferentes cuando se utilicen las reglas de Ziegler-Nichols. Estos métodos tienen la ventaja de su facilidad de realización en condiciones industriales y si bien producen una cierta agresión al sistema, ésta no es muy significativa si la magnitud del paso en el mando no es muy grande.

La posibilidad de aplicar reglas de ajuste del tipo Ziegler-Nichols está determinada por la relación entre L y τ , Åström (1992), en dependencia de la cual puede determinarse la estructura más apropiada del regulador, la misma se define como:

$$\theta = \frac{L}{\tau} \quad (5)$$

Es muy importante señalar que en dicho trabajo L y τ son determinados por el método uno, por lo que en todas las referencias de este trabajo tomaremos a θ de la misma forma.

2.2. IDENTIFICACION POR FRECUENCIA

La identificación por frecuencia, determinando la ganancia última K_u , y la frecuencia última ω_u mediante el método de la oscilación sostenida, permite encontrar el punto crítico de la curva de Nyquist, donde se cumple que:

$$G(j\omega_u) = -\frac{1}{K_u} \quad (6)$$

Para cumplir un papel similar a θ en la identificación en el tiempo se puede introducir el concepto de razón de ganancias normalizada K dado por la expresión:

$$K_u K = k = \left| \frac{G(0)}{G(j\omega_u)} \right| \quad (7)$$

3. AJUSTES POR ZIEGLER-NICHOLS

Los ajustes de Ziegler-Nichols (1942) son aplicados a un número importante de diferentes procesos

para evaluar la relación entre las diferentes funciones de transferencia de lazo abierto y su respuesta en lazo cerrado.

Tomaremos como funciones de transferencia:

$$G_1(s) = \frac{e^{-sL}}{(s+1)^2} \quad 0,1 \leq L \leq 3 \quad (8)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+1)^n} \quad 3 \leq n \leq 20 \quad (9)$$

$$G_3(s) = \frac{1 - \alpha s}{(s+1)^3} \quad 0 \leq \alpha \leq 2 \quad (10)$$

Para estudiar el comportamiento de los sistemas se realizó el proceso de identificación de cada una de las funciones de transferencia por la metodología 1, la 3 y por el método de la oscilación sostenida, realizándose en cada caso el ajuste del PID según las reglas de Ziegler-Nichols. Para efectuar la comparación entre los ajustes es sometido cada uno de los sistemas a una perturbación tipo escalón de magnitud uno entre el control y la planta, obteniéndose índices de comportamiento de la respuesta transitoria donde, como se muestra en las Tablas I, II y III, se utilizan como elementos de caracterización: la magnitud del error pico de la respuesta a la perturbación "p", y el tiempo que invierte el efecto de la perturbación en desaparecer "t_s".

A partir del análisis de dichas tablas se evidencia que los mejores resultados se obtienen en los sistemas identificados por frecuencia, siendo importante destacar tanto el incremento del deterioro de la respuesta del método 1 con el aumento del valor de θ como la diferencia que existe entre los valores de θ para el método 1 y el 3. Además, se puede apreciar que la respuesta del método 3 es una respuesta intermedia pues no llega a la inestabilidad, pero es bastante más lenta y con más error pico, sobre todo cuando θ es pequeña.

4. MODIFICACIONES AL MODELO "POR"

Si bien es objetivo que las mejores características en la respuesta de los sistemas se obtienen con la identificación por frecuencia, no es menos cierto que este tipo de identificación es muy agresiva para la operación de cualquier proceso y que, por lo general, es una prueba larga que implica una fuerte variación de la salida con peligros para la planta. Por otro lado, la identificación por curva de reacción proporciona modelos más inexactos, pero es una prueba mucho más simple y menos agresiva, por ende, más factible de realizar en condiciones industriales de operación.

Es por ello que nos proponemos

Tabla I

Resultados experimentales para sistemas con la función de transferencia: $G_1(s)$. Ajuste por Ziegler-Nichols

Método 1		Método 3				Frecuencia						
L	L ₁	θ ₁	ρ	t _s	L ₃	θ ₃	ρ	t _s	T _U	K _U	ρ	t _s
0,1	0,39	0,15	0,11	2,5	0,605	0,37	0,22	3,7	1,4	20,6	0,08	2,0
0,2	0,49	0,19	0,15	3,0	0,705	0,43	0,25	4,5	2,0	10,5	0,16	2,2
0,4	0,69	0,26	0,23	5,0	0,905	0,55	0,33	6,5	2,9	5,7	0,27	3,5
0,6	0,89	0,34	0,32	10,0	1,105	0,67	0,40	8,5	3,6	4,0	0,38	4,5
0,8	1,09	0,40	0,39	16,5	1,305	0,79	0,46	12,0	4,2	3,2	0,44	7,5
1,0	1,29	0,49	0,46	33,0	1,505	0,91	0,52	14,0	4,8	2,7	0,51	9,0
1,5	1,79	0,69	0,60	95,0	2,005	1,22	0,64	23,0	6,1	2,0	0,64	16,0
2,0	2,29	0,89	0,70	100	2,505	1,52	0,73	35,0	7,2	1,7	0,73	20,0
2,5	2,79	1,09	0,79	160	3,005	1,82	0,80	50,0	8,3	1,5	0,80	23,0
3,0	3,29	1,26	0,85	190	3,505	2,12	0,86	61,0	9,4	1,4	0,86	32,0

Tabla II
Resultados experimentales para sistemas con la función de transferencia: $G_2(s)$. Ajuste por Ziegler-Nichols

n	Método 1				Método 3				Frecuencia			
	L_1	θ_1	ρ	t_s	L_3	θ_3	ρ	t_s	T_u	K_u	ρ	t_s
3	0,86	0,22	0,17	7	1,14	0,54	0,31	7,5	3,6	8,0	0,19	5,0
4	1,43	0,32	0,27	16	1,85	0,74	0,40	14	6,3	4,0	0,35	12,0
6	2,82	0,49	0,44	80	3,35	1,06	0,56	34	10,9	2,4	0,53	21,5
8	4,31	0,64	0,56	430	4,95	1,35	0,66	60	15,2	1,88	0,65	40,0
10	5,87	0,77	Inest.	Inest.	6,60	1,59	0,73	90	19,3	1,65	0,73	52,5
15	9,95	1,05	Inest.	Inest.	10,9	2,13	0,85	190	29,5	1,39	0,84	100
20	14,2	1,29	Inest.	Inest.	15,2	2,53	0,91	320	39,7	1,28	0,90	135

Tabla III
Resultados experimentales para sistemas con la función de transferencia: $G_3(s)$. Ajuste por Ziegler-Nichols

α	Método 1				Método 3				Frecuencia			
	L_1	θ_1	P	t_s	L_3	θ_3	P	t_s	T_u	K_u	P	t_s
0,0	0,86	0,22	0,17	7,0	1,14	0,54	0,31	7,5	3,6	8,0	0,19	5,3
0,1	0,91	0,25	0,21	7,5	1,24	0,58	0,34	9,0	4,1	6,2	0,24	4,5
0,25	1,01	0,29	0,26	8,0	1,40	0,66	0,38	10,0	4,6	4,6	0,32	5,4
0,5	1,35	0,38	0,37	12,0	1,66	0,81	0,46	15,5	5,3	3,2	0,44	10,0
1,0	1,86	0,57	Inest.	Inest.	2,12	1,09	0,65	22,0	6,3	2,0	0,65	14,0
1,5	2,30	0,78	Inest.	Inest.	2,50	1,33	0,81	29,0	6,9	1,45	0,85	19,0
2,0	2,66	1,00	Inest.	Inest.	2,82	1,55	1,19	50,0	7,4	1,14	1,02	24,5

obtener una aproximación del modelo de frecuencia a partir de los datos obtenidos de una identificación de la curva de reacción por el método 3.

Son conocidas las relaciones existentes entre K_u y T_u con respecto a L y τ [2], donde para un modelo POR:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + s\tau)} e^{-sL}$$

tendremos que:

$$\tau = \frac{T_u}{2\pi} \sqrt{(K_u K)^2 - 1} \quad (11)$$

$$L = \frac{T_u}{2\pi} \left(\pi - \tan^{-1} \frac{2\pi\tau}{T_u} \right)$$

No obstante, nuestro interés es obtener K_u y T_u a partir de los datos

del modelo POR: K , L y τ , pues los obtenidos numéricamente, ecuaciones (11), serían diferentes a los determinados de forma experimental.

Mediante trabajo de simulación hemos podido determinar que entre los valores de K_u y T_u estimados al poner a oscilar sostenidamente el proceso y los de K_u' y T_u' estimados al poner a oscilar el modelo aproximado del proceso obtenido con la metodología 3 de estimación, existe cierta diferencia ΔT_u y ΔK_u .

En las Tablas IV y V se muestran, para dos de las formas típicas de funciones de transferencia de lazo cerrado, los valores de: L_3 , τ_3 , calculados según el método 3; K_u y T_u hallados durante la oscilación sostenida, y la diferencia con los valores de K_u' y T_u' , denominados

ΔT_u y ΔK_u .

Realizando un análisis estadístico, (Table Curve, 1995), de la relación entre θ_3 y ΔT_u , por un lado y θ_3 respecto a ΔK_u , por otro, llegamos a la conclusión de que dichos parámetros se pueden relacionar por medio de las ecuaciones:

$$\frac{1}{\Delta K_u} = a + b\theta_3^2 \quad (12)$$

$$\Delta T_u = a + b\theta_3 + \frac{c}{\theta_3} \quad (13)$$

a través de las cuales obtendremos valores de ΔK_u y ΔT_u muy próximos a los valores mostrados en las Tablas IV y V.

Como se puede apreciar en las figuras 2 y 3, con valores de $a = 0,21$ y $b = -2,04$, para la ecuación (12) y valores de $a = -1,12$, $b = 0,4$

Tabla IV							
Resultados experimentales del modelo de frecuencia para sistemas con la función de transferencia $G_1(s)$							
L	θ_3	L_3	τ_3	T_u	K_u	ΔT_u	ΔK_u
0,1	0,37	0,605	1,635	1,4	20,6	0,72	-15,8
0,2	0,43	0,705	1,635	2,0	10,5	0,43	-6,37
0,4	0,55	0,905	1,635	2,9	5,7	0,15	-2,18
0,6	0,67	1,105	1,635	3,6	4,0	0,02	-1,03
0,8	0,79	1,305	1,635	4,2	3,2	-0,05	-0,55
1,5	1,22	2,005	1,635	6,1	2,0	-0,11	-0,08
2,0	1,52	2,505	1,635	7,2	1,7	-0,09	0,00
2,5	1,82	3,005	1,635	8,3	1,5	-0,06	-0,03
3,0	2,12	3,505	1,635	9,4	1,4	-0,03	-0,04

Tabla V							
Resultados experimentales del modelo de frecuencia para sistemas con la función de transferencia $G_2(s)$							
N	θ_3	L_3	τ_3	T_u	K_u	ΔT_u	ΔK_u
3	0,54	1,20	2,12	3,6	8,0	0,22	-4,41
4	0,74	1,85	2,51	6,3	4,0	-0,28	-1,20
6	1,06	3,35	3,15	10,9	2,4	-0,61	-0,20
8	1,35	4,95	3,68	15,2	1,88	-0,57	-0,01
10	1,59	6,60	4,14	19,3	1,65	-0,47	0,05
15	2,13	10,9	5,13	29,5	1,39	0,04	0,09
20	2,53	15,2	6,00	39,7	1,28	0,35	0,10

y $c = 0,61$, para la ecuación (13) se obtiene una buena correlación entre las curvas a partir de los datos de la Tabla IV.

Para la Tabla V la adecuada correlación se logra con valores de $a = 0,43$ y $b = -2,27$ para la ecuación (12) y valores de $a = -3,48$, $b = 1,27$ y $c = 1,63$ para la ecuación (13).

5. SINTONIA CON EL MODELO "POR" MODIFICADO

Como procedimiento para la realización de la sintonía del regulador se plantea lo siguiente:

- Identificar el sistema en lazo abierto por curva de reacción, mediante el método 3, calculando los valores de K , θ_3 , L_3 y τ_3 del modelo aproximado.

- Con la función de transferencia de lazo abierto del modelo aproximado obtenido determinar K_u' y T_u' .

- Utilizando las ecuaciones (12) y (13) calcular ΔT_u y ΔK_u .

- Con los valores de K_u' , T_u' , ΔT_u y ΔK_u determinar los valores de la ganancia crítica y del período de oscilación mantenido, K_u'' y T_u'' , para el modelo modificado teniendo en cuenta que:

$$K_u'' = K_u' - \Delta K_u$$

$$\text{y que } T_u'' = T_u' - \Delta T_u$$

Fig. 2. Comparación de resultados experimentales con el cálculo de ΔK_u con la ecuación (12)

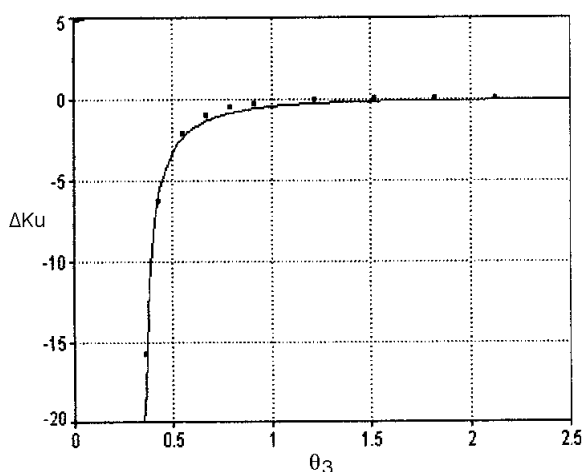


Fig. 3. Comparación de resultados experimentales con el cálculo de ΔT_u con la ecuación (13)

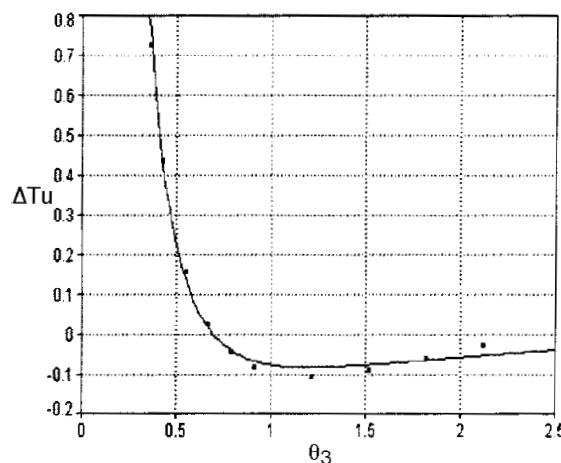


Fig. 4. Respuesta a un paso con ajuste Ziegler-Nichols

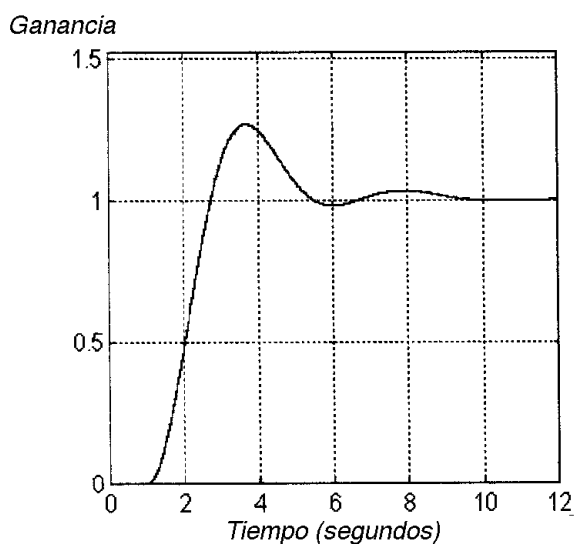


Fig. 5. Respuesta con ajuste según metodología 3

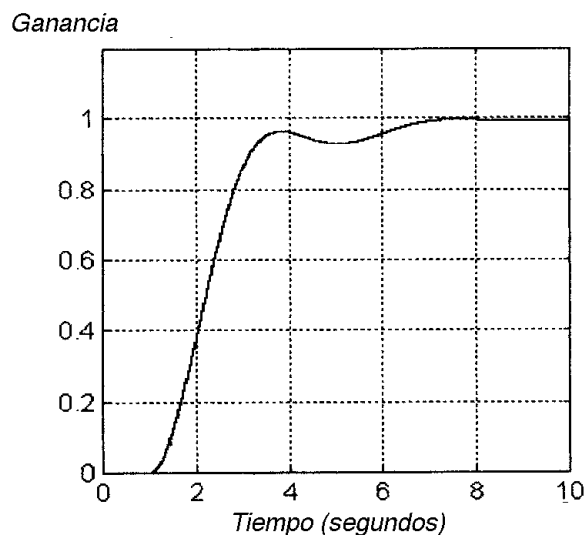


Fig. 6. Respuesta obtenida utilizando ecuaciones (12, 13)

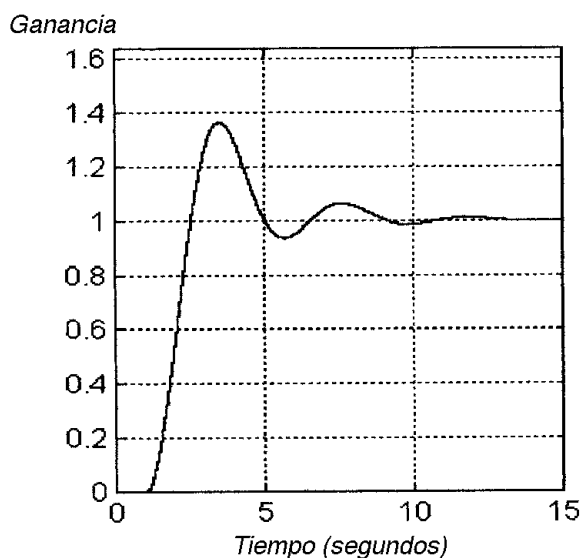
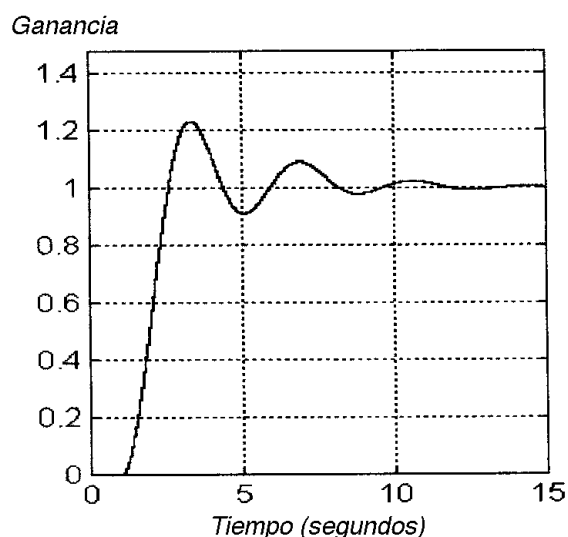


Fig. 7. Respuesta obtenida utilizando ecuación (11)



- Mediante las ecuaciones (11), determinar los nuevos valores L_3' y τ_3' del modelo modificado.

A continuación, se muestra el resultado de la simulación de la respuesta a un paso por la referencia con ajustes de Ziegler-Nichols para el sistema:

$$G(s) = \frac{e^{-1s}}{(s+1)^2}$$

Como primer elemento de comparación se muestran los resultados de aplicar el método de las oscilacio-

nes sostenidas con $K_u = 2,7$ y $T_u = 4,8$ (Fig. 4). En la figura 5 se muestra el resultado de ajustar partiendo de la identificación por el método 3 (curva de reacción), donde:

$$\theta_3 = 0,91, L_3 = 1.505 \text{ y } \tau_3 = 1.635.$$

Utilizando las ecuaciones (12) y (13) determinamos $K_u'' = 3,07$ y $T_u'' = 4,81$, mientras que con las ecuaciones (11) calculamos $L_3' = 1,46$ y $\tau_3' = 2,22$, mostrando en las figuras 6 y 7 el resultado de los ajustes correspondientes.

Resulta evidente que la peor respuesta es la obtenida producto a la identificación primaria por el método 3, (Fig. 5) y que tanto la respuesta obtenida al utilizar los valores críticos modificados, ecuaciones (12) y (13), como la obtenida a partir de los parámetros equivalentes, ecuación (11), ofrecen resultados más favorables, acordes con el objetivo de la sintonía de Ziegler-Nichols de obtener un cuarto de razón de decrecimiento ante una entrada escalón por la referencia.

Luego, con esto consideramos de-

mostrada la efectividad de la rectificación realizada a la obtención de los parámetros del modelo para mejorar la sintonía del regulador.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se han estudiado los efectos que sobre la calidad de la respuesta de un sistema de control sintonizado por las reglas de Ziegler-Nichols, produce la metodología de estimación de los parámetros del modelo POR utilizada, pudiéndose concluir que de esa estimación depende, en gran medida, la efectividad de la sintonía.

Se demuestra que la identificación por la oscilación sostenida brinda resultados más favorables en un amplio espectro de variación de la relación $\theta = L/\tau$. No obstante, por la agresividad de su aplicación en condiciones industriales, es recomendable explorar las posibilidades de los métodos de identificación por curva de reacción.

Se demuestra, además, que existe

una relación estadística capaz de relacionar en una ecuación simple los resultados de la identificación frecuencial del proceso, K_u y T_u y los valores extraídos de la curva de reacción, según la metodología 3, a partir de la cual es posible realizar modificaciones que nos permitirán obtener parámetros de sintonía mucho más favorables, cumpliéndose con el doble objetivo de contar con una forma simple de identificar los procesos y obtener datos robustos para el cálculo de los parámetros del regulador.

En una aplicación industrial es recomendable utilizar otra de las reglas de sintonía propuestas para reguladores PID [3], pues como es conocido las reglas de Ziegler-Nichols no ofrecen la respuesta más adecuada para múltiples situaciones prácticas.

7. BIBLIOGRAFIA

[1] Åström, K.J., Hang, C.C., Person, P. y Ho, W.K. .Towards Intelligent PID Control. Automática, 28, pág. 10 (1992).

[2] Åström, K.J., Häggglund, T., Hang, C.C. y Ho, W.K. Automatic Tuning and Adaptation for PID Controllers – A Survey. "Control Engineering, Practice", 1, pág. 16. (1993)

[3] Åström, K.J. y Häggglund, T. PID Controllers: Theory, Design and Tuning 2nd Edition. ISA Research Park, NC (1995)

[4] Dormido, S. y Morilla, F. Estrategias de Control Industrial y Sintonía de Reguladores. 3^{ra} Jornada Iberoamericana de Automática, Cartagena de Indias (1997).

[5] Kaya, A. y Scheib, T.I., Tuning of PID Control of Different Structures "Control Engineering", pág. 60 (1998).

[6] Smith, C.A. y Corripio, B. Principles and Practice of the Automatic Process Control. John Wiley pág. 614 (1985).

[7] Software Profesional Table Curve (1992).

[8] Ziegler, J.G. y Nichols, N.B. Optimun setting for automatic controllers. Trans. ASME 64, pág. 759-768 (1942).

[9] III Jornada Iberoamericana de Automática. Estrategias de Control Industrial y Sintonía de Controladores. Cartagena de Indias (Colombia) (1997).

